Subiecte Clasa a VIII-a

(40 de întrebări)

- Puteți folosi spațiile goale ca ciornă.
- Nu este de ajuns să alegeți răspunsul corect pe broșura de subiecte, el trebuie completat pe foaia de răspuns în dreptul numărului întrebării respective.
- Desenele au caracter orientativ, nu respectă valorile numerice din enunțul problemelor.

1. Cea mai mare valoare a numărului natural n pentru care $\frac{1}{7} < \frac{1}{n+1} < \frac{1}{2}$ este:

A) 6 B) 8 C) 1 D) 2 E) 5

2. Restul împărțirii lui $A=21\cdot 27^{2017}+19\cdot 38^{2015}$ la 13 este:

A) 9 B) 11 C) 2 D) 7 E) 4

3. Pe o tablă sunt scrise la rând 2000 de cifre. Oricare două cifre vecine formează un număr care se descompune în produs de trei numere prime distincte. Cifra de pe poziția 1728 este:

A) 3 B) 6 C) 7 D) 4 E) 2

4. Numărul de perechi ordonate (a,b) cu a, b numere naturale, a+b număr prim, $1\leq a\leq 100$, $1\leq b\leq 100$ și $\frac{ab+1}{a+b}$ număr natural, este:

A) 50 B) 51 C) 52 D) 53 E) 54

5. Calculați suma tuturor elementelor mulțimii:

$$A=\left\{ x \in \mathbb{Z}_+ \;\middle|\; -2015\leq x<2016 \right\}.$$

A) 0 B) 4062240 C) 2015 D) 2029105 E) 2031120

6. Numerele naturale p și q sunt prime și verifică relația p+4q=30.

Valoarea sumei p^2+q^2 este:

A) 13 B) 29 C) 34 D) 53 E) 74

7. Dacă x, y, z sunt numere naturale nenule astfel încât $x+\dfrac{1}{y+\dfrac{1}{z}}=\dfrac{95}{22}$, atunci x+y–z este:

A) 14 B) 7 C) 3 D) 4 E) 0

8. Dacă $\dfrac{m}{n}=\dfrac{2+4+6+...+2014}{1+3+5+...+2013}-\dfrac{1+3+5+...+2013}{2+4+6+...+2014}$, cu m și n prime între ele, atunci valoarea lui m este:

A) 1007 B) 1008 C) 2014 D) 2015 E) 2016

9. Câte numere naturale au proprietatea că, dacă din scrierea zecimală a numărului ștergem ultima cifră, atunci obținem un număr care este cu 2015 mai mic decât cel inițial?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. Un dreptunghi cu dimensiunile numere naturale este pavat cu plăci pătrate de latură 1. Numărul plăcilor de pe margini este exact jumătate din numărul total al plăcilor. Care dintre numerele de mai jos poate fi perimetrul dreptunghiului?

A) 30 B) 46 C) 28 D) 18 E) 62

11. Calculați suma tuturor numerelor naturale n astfel încât ecuația 2x+3y=n are exact 101 soluții de forma (x,y), $x,y \in \mathbb{N}$.

A) 3621 B) 219 C) 1023 D) 2049 E) 777

12. Pe o foaie de hârtie sunt scrise în ordine numerele naturale 1, 2, 3, ..., n. Foaia este tăiată în 5 bucăți, astfel încât pe fiecare bucată să fie scris cel puțin un număr și numerele scrise să fie consecutive. Dacă mediile aritmetice ale numerelor de pe cele 5 bucăți de foaie sunt 1234, 345, 128, 19 și $\dfrac{19}{2}$, atunci n este:

A) 2012 B) 2013 C) 2014 D) 2015 E) 2016

13. Se consideră numărul natural par $m = \sqrt{3\sqrt{5\sqrt{k}}}$, unde $k \in \mathbb{N}^*$. Numărul minim de zerouri cu care se termină numărul k este:

A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 2

14. Suma numerelor $\overline{ab}$ știind că $\sqrt{\overline{ab}+2}=a+b$ este:

A) 45 B) 65 C) 85 D) 84 E) 75

15. Câte elemente conține mulțimea

$$A=\left\{ x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, |x+2\sqrt{5}| \leq \sqrt{5} \right\} ?$$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 2 E) 6

16. $[-2; a] \cap [b; 7] = [1; 5]$. $a+b=?$

A) 9 B) 5 C) 7 D) 8 E) 6

17. Dacă x și y sunt numere reale nenule astfel încât $\frac{x^7}{y^3}+\frac{y^7}{x^3}<0$, care afirmație este întotdeauna adevărată?

A) $x+y<0$ B) $x+y>0$ C) $\frac{x}{y}>0$ D) $\frac{x}{y}<0$ E) $x \cdot y>1$

18. Numerele întregi a, b verifică relația $\sqrt{a^2-5b}=5-a^2$.

Produsul $a \cdot b$ ar putea fi:

A) 0 B) 1 C) −5 D) 2015 E) −1

19. Dacă $a,b,c\in\mathbb{Q}^*$ astfel încât $\frac{a+b\sqrt{2}}{b+c\sqrt{2}}\in\mathbb{Q}$, atunci:

A) $b^2=2ac$ B) $b^2=ac$ C) $b^2=ac\sqrt{2}$ D) $b^2=-ac$ E) $b^2=-2ac$

20. Media geometrică a două numere naturale consecutive este $6\sqrt{2}$. Media aritmetică a inverselor celor două numere este:

A) $\frac{17}{72}$ B) 17 C) 72 D) 144 E) $\frac{17}{144}$

21. Dacă x, y, z sunt numere reale ce satisfac relația: $\sqrt{x-1}+2\sqrt{y-4}+3\sqrt{z-9}=\frac{1}{2}(x+y+z)$, atunci xyz este:

A) 36 B) 192 C) 136 D) 288 E) 302

22. Numerele reale x, y, z, u, v verifică relațiile: $16x+10y+4z+2u+v=8+u$, $6y+5z+4u+3v=8+z$, $7z+6u+5v=8+y$, $4u+6v=6+x$.
$x+y+z+u+v$ este:

A) 1 B) 2 C) 5 D) 7 E) 10

23. Valoarea expresiei

$E(x)=(\sqrt{x^{2015}}+x)(\sqrt{x^{2015}}-x)+1-x^{2015}$ pentru $x=\sqrt{2}$ este:

A) –3 B) –1 C) –2 D) $\sqrt{2^{2015}}$ E) 0

24. Fie $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât $x^2+y^2=4$ și $xy=2$.

$x+y$ are valoarea maximă:

A) –1 B) 0 C) $2\sqrt{2}$. D) 4 E) 8

Lumina Instituții de Învățământ

25. Valoarea minimă a expresiei x^2+4x este:

A) −3 B) −9 C) 0 D) 2 E) −4

26. Dacă x este un număr real astfel încât $x^5-x^3+x=2$, atunci:

A) $x^6\le 3$ B) $x^6<3$ C) $x^6=3$ D) $x^6<0$ E) $x^6>3$

27. În tabel, se înlocuiesc literele a, b, c, d cu cifrele 2, 3, 5, 7 astfel încât fiecare cifră să fie folosită o singură dată. Un elev adună rezultatele obținute.

x	a	b
c	a·c	b·c
d	a·d	b·d

Care este cea mai mare valoare pe care o poate obține?

A) 80 B) 60 C) 70 D) 72 E) 75

28. Numerele reale x și y verifică relațiile $x^4+x^2y^2+y^4=1456$ și $x^2+xy+y^2=52$. Valoarea lui $x\cdot y$ este:

A) 12 B) 10 C) 14 D) 16 E) 18

29. Numerele reale pozitive a, b, c verifică relațiile: $\frac{5}{a}=b+c$, $\frac{10}{b}=c+a$, $\frac{13}{c}=a+b$. Dacă $a+b+c=\frac{m}{n}$, cu m și n prime între ele, atunci m+n este:

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

30. Cea mai mică soluție reală a inecuației $|x+1|\le 3$ este:

A) 0 B) 2015 C) −3 D) −4 E) nu există

31. În triunghiul ABC se consideră mediana AM, M∈[BC]. Dacă m(∢MAC)=35° și m(∢AMB)=70°, atunci m(∢ABC) este:

A) 45° B) 55° C) 65° D) 35° E) 25°

32. Pe laturile (AB), (BC), (AC) ale triunghiului ABC se consideră punctele M, N, respectiv P, astfel încât AM=MB=BN=9 și NC=CP=PA=19.
Aria triunghiului MNP este:

A) 78 B) 42 C) 82 D) $42\sqrt{2}$ E) 86

33. Într-un triunghi dreptunghic, măsura unui unghi este 37°. Măsura celui mai mic unghi al triunghiului este:

A) 1° B) 53° C) 90° D) 37° E) nu se poate preciza

34. Fie [AD] înălțimea din A a triunghiului ABC (D∈[BC]). Triunghiul ADC este dreptunghic isoscel și BD=$\frac{1}{2}$AB=4.

Aria △ABC este:

A) $12+4\sqrt{3}+4\sqrt{6}$ B) $16\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$ C) $8\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$ D) $4\sqrt{3}+4$ E) $8\sqrt{3}+4\sqrt{6}$

35. În patrulaterul convex ABCD, m($\widehat{ABC}$)=m($\widehat{DAB}$)=90° și AC=15, CD=14, DA=13. Fie E piciorul înălțimii din D pe AC și DE ∩ AB={F}.

AB·AF este:

A) 99 B) 65 C) 72 D) 136 E) 27

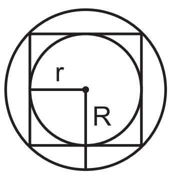
36. Fie ABCD un trapez dreptunghic având bazele AB de 8 cm, CD de 2 cm, AD ⊥ AB și MN || AB, M∈(AD), N∈(BC). Determinați lungimea segmentului (MN) știind că $\frac{A_{MNCD}}{A_{ABNM}}=\frac{1}{4}$.

A) 6 B) 5 C) 8 D) 10 E) 4

37. Punctele A, B, C, D, E sunt, în această ordine, pe o dreaptă d. Fie punctul $T \notin d$, astfel încât $\widehat{BTC} \equiv \widehat{DTE}$ și AT este tangentă la cercul circumscris triunghiului BTE.

Dacă AB=2, BC=36 și CD=15, atunci DE este:

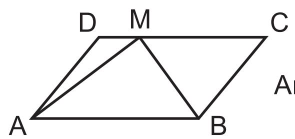
A) 954 B) 956 C) 970 D) 995 E) 1007

38. 

Pătratul este înscris în cercul de rază R și circumscris cercului de rază r. Diagonala pătratului este $6\sqrt{2}$. Aria porțiunii cuprinse între pătrat și cercul înscris este:

A) $36-9\pi$ B) $36+9\pi$ C) $36-18\pi$ D) $72-9\pi$ E) 36

39. ABCD este un paralelogram cu AD=6cm, AB=12cm și m($\widehat{BCD}$)=60°. M∈(DC) cu MD=3cm.



Aria triunghiului MAB este:

A) $72\sqrt{3}$ cm^2 B) $18\sqrt{3}$ cm^2 C) $36\sqrt{3}$ cm^2 D) 36 cm^2 E) 18 cm^2

40. Se consideră o cale ferată în linie dreaptă care trece prin mai multe gări. Fiecare gară vinde bilete către toate celelalte gări, iar biletele sunt distincte pentru fiecare rută și direcție. Se mai construiesc cel puțin două gări și astfel este necesar să se mai tipărească încă 46 tipuri de bilete. Câte gări sunt acum?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14